

第3章 図形と方程式

問・練習(第1節)

練習1

- (1) $AB = |4 - (-2)| = |6| = 6$
 (2) $AB = |1 - 4| = |-3| = 3$
 (3) $OA = |-3| = 3$

問1

求める点の座標を x とする。

- (1) $x = \frac{1 \cdot 1 + 3 \cdot 5}{3 + 1} = \frac{16}{4} = 4$
 (2) $x = \frac{3 \cdot 1 + 1 \cdot 5}{1 + 3} = \frac{8}{4} = 2$
 (3) $x = \frac{-1 \cdot 1 + 3 \cdot 5}{3 - 1} = \frac{14}{2} = 7$
 (4) $x = \frac{-3 \cdot 1 + 1 \cdot 5}{1 - 3} = \frac{2}{-2} = -1$

練習2

求める点の座標を x とする。

- (1) $x = \frac{2 \cdot (-2) + 3 \cdot 6}{3 + 2} = \frac{14}{5}$
 (2) $x = \frac{-2 \cdot (-2) + 3 \cdot 6}{3 - 2} = 22$
 (3) $x = \frac{-3 \cdot (-2) + 2 \cdot 6}{2 - 3} = \frac{18}{-1} = -18$
 (4) $x = \frac{-2 + 6}{2} = \frac{4}{2} = 2$

練習3

- (1) $AB = \sqrt{(4-1)^2 + \{3-(-1)\}^2} = \sqrt{25} = 5$
 (2) $OA = \sqrt{(-7)^2 + (-1)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

練習4

$$AB^2 = (1+2)^2 + (-2+1)^2 = 10$$

$$AC^2 = (-1+2)^2 + (2+1)^2 = 10$$

$$BC^2 = (-1-1)^2 + (2+2)^2 = 20$$

よって $AB^2 + AC^2 = BC^2$, $AB = AC$

ゆえに, $\triangle ABC$ は, $AB = AC$ の直角二等辺三角形である。

練習5

直線 BC を x 軸に, 点 D を原点にとると, 3 頂点は $A(a, b)$, $B(-c, 0)$, $C(2c, 0)$ と表すことができる。このとき

$$AB^2 = (-c-a)^2 + (-b)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ac$$

$$AC^2 = (2c-a)^2 + (-b)^2 = a^2 + b^2 + 4c^2 - 4ac$$

から $2AB^2 + AC^2 = 3(a^2 + b^2 + 2c^2)$ …… ①

また, $AD^2 = a^2 + b^2$, $BD^2 = c^2$ から

$$3(AD^2 + 2BD^2) = 3(a^2 + b^2 + 2c^2)$$
 …… ②

①, ② から $2AB^2 + AC^2 = 3(AD^2 + 2BD^2)$

練習6

求める点の座標を (x, y) とする。

$$(1) \quad x = \frac{2 \cdot (-3) + 3 \cdot 1}{3 + 2} = \frac{-3}{5} = -\frac{3}{5},$$

$$y = \frac{2 \cdot 4 + 3 \cdot (-4)}{3 + 2} = \frac{-4}{5} = -\frac{4}{5}$$

よって, 点 C の座標は $\left(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$

$$(2) \quad x = \frac{-2 \cdot (-3) + 3 \cdot 1}{3 - 2} = 9,$$

$$y = \frac{-2 \cdot 4 + 3 \cdot (-4)}{3 - 2} = -20$$

よって, 点 D の座標は $(9, -20)$

$$(3) \quad x = \frac{-3 \cdot (-3) + 2 \cdot 1}{2 - 3} = \frac{11}{-1} = -11,$$

$$y = \frac{-3 \cdot 4 + 2 \cdot (-4)}{2 - 3} = \frac{-20}{-1} = 20$$

よって, 点 E の座標は $(-11, 20)$

$$(4) \quad x = \frac{-3 + 1}{2} = -1, \quad y = \frac{4 + (-4)}{2} = 0$$

よって, 中点 M の座標は $(-1, 0)$

練習7

$\triangle ABC$ の重心の座標を (x, y) とする。

$$(1) \quad x = \frac{(-2) + 1 + 7}{3} = 2, \quad y = \frac{5 + (-3) + 1}{3} = 1$$

よって, $\triangle ABC$ の重心の座標は $(2, 1)$

$$(2) \quad x = \frac{3 + (-4) + (-8)}{3} = -3,$$

$$y = \frac{(-6) + 5 + (-4)}{3} = -\frac{5}{3}$$

よって, $\triangle ABC$ の重心の座標は $\left(-3, -\frac{5}{3}\right)$

練習8

点 Q の座標を (x, y) とすると, 点 A は線分 PQ の中点であるから

$$3 = \frac{-2 + x}{2}, \quad 1 = \frac{5 + y}{2}$$

これを解いて $x = 8, y = -3$

よって, Q の座標は $(8, -3)$

練習9

- (1) 与えられた方程式を y について解くと

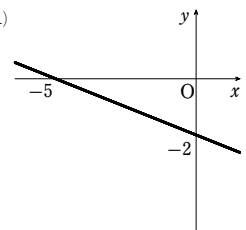
$$y = -\frac{2}{5}x - 2$$

よって, この方程式の表す図形は, 傾きが

$-\frac{2}{5}$, 切片が -2 の直

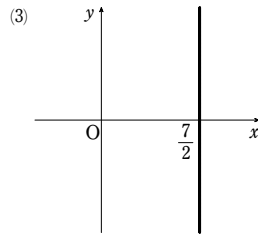
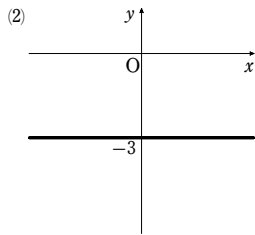
線である。

- (2) 与えられた方程式を y について解くと $y = -3$
 よって, この方程式は, 点 $(0, -3)$ を通り, y 軸に垂直な直線である。



(3) 与えられた方程式を x について解くと $x = \frac{7}{2}$

よって、この方程式は、点 $(\frac{7}{2}, 0)$ を通り、 x 軸に垂直な直線である。



練習 10

- (1) $y-3=2(x-2)$ から
 $y=2x-1$ ($2x-y-1=0$ でもよい)
- (2) $y-(-3)=-\frac{2}{3}\{x-(-1)\}$ から
 $y=-\frac{2}{3}x-\frac{11}{3}$ ($2x+3y+11=0$ でもよい)
- (3) $x=2$

練習 11

- (1) $y-5=\frac{1-5}{5-3}(x-3)$ から $y=-2x+11$
- (2) $y-1=\frac{6-1}{3-(-2)}\{x-(-2)\}$ から $y=x+3$
- (3) $y=-1$
- (4) $x=-3$

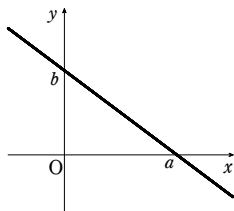
練習 12

$a \neq 0, b \neq 0$ のとき、2 点 $(a, 0), (0, b)$ を通る直線の方程式は

$$y-0=\frac{b-0}{0-a}(x-a)$$

よって $y=-\frac{b}{a}x+b$

すなわち $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$



練習 13

- (1) 直線 $y=3x-1$ の傾きは 3、直線 $x+3y+2=0$ すなわち $y=-\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$ の傾きは $-\frac{1}{3}$ で、
 $3 \times (-\frac{1}{3}) = -1$ であるから、2 直線は垂直である。
- (2) 直線 $3x+2y=3$ すなわち $y=-\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}$ の傾きは $-\frac{3}{2}$ 、直線 $6x+4y=5$ すなわち $y=-\frac{3}{2}x+\frac{5}{4}$ の傾きは $-\frac{3}{2}$ で、傾きが等しいから、2 直線は平行である。

練習 14

$3x-4y+1=0 \dots\dots ①$ とする。

直線 ① の傾きは $\frac{3}{4}$ である。

よって、点 $(3, -2)$ を通り、直線 ① に平行な直線の方程式は

$$y+2=\frac{3}{4}(x-3) \quad \text{すなわち} \quad 3x-4y-17=0$$

直線 ① に垂直な直線の傾きを m とすると、 $\frac{3}{4}m=-1$

から $m=-\frac{4}{3}$

よって、点 $(3, -2)$ を通り、直線 ① に垂直な直線の方程式は

$$y+2=-\frac{4}{3}(x-3) \quad \text{すなわち} \quad 4x+3y-6=0$$

別解 点 $(3, -2)$ を通り、直線 $3x-4y+1=0$ に平行な直線の方程式は

$$3(x-3)-4(y+2)=0$$

すなわち $3x-4y-17=0$

点 $(3, -2)$ を通り、直線 $3x-4y+1=0$ に垂直な直線の方程式は

$$-4(x-3)-3(y+2)=0$$

すなわち $4x+3y-6=0$

問 2

① から $y=-2x-3$

② から $y=-ax-c$

連立方程式 ①、② が解をもたないための必要十分条件は、2 直線 ①、② が平行で、かつ一致しないことであるから

$$-2=-a, \quad -3 \neq -c$$

よって $a=2, \quad c \neq 3$

連立方程式 ①、② が無数の解をもつための必要十分条件は、2 直線 ①、② が一致することであるから

$$-2=-a, \quad -3=-c$$

よって $a=2, \quad c=3$

練習 15

$x-3y-2=0 \dots\dots ①, \quad ax+2y+c=0 \dots\dots ②$ とする。

① から $y=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$

② から $y=-\frac{a}{2}x-\frac{c}{2}$

連立方程式 ①、② がただ 1 組の解をもつための必要十分条件は、2 直線 ①、② が平行でないことであるから

$$\frac{1}{3} \neq -\frac{a}{2}$$

すなわち $a \neq -\frac{2}{3}$

連立方程式 ①、② が解をもたないための必要十分条件は、2 直線 ①、② が平行で一致しないことであるから

$$\frac{1}{3} = -\frac{a}{2}, \quad -\frac{2}{3} \neq -\frac{c}{2}$$

すなわち $a = -\frac{2}{3}, c \neq \frac{4}{3}$

連立方程式 ①, ② が無数の解をもつための必要十分条件は, 2 直線 ①, ② が一致することであるから

$$\frac{1}{3} = -\frac{a}{2}, -\frac{2}{3} = -\frac{c}{2}$$

すなわち $a = -\frac{2}{3}, c = \frac{4}{3}$

練習 16

k を定数として

$$k(2x + y - 1) + (x + 4y + 3) = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

とすると, ① は 2 直線の交点を通る直線を表す。
この直線が点 $(-2, -2)$ を通るとすると, ① に $x = -2, y = -2$ を代入して

$$-7k - 7 = 0 \quad \text{ゆえに} \quad k = -1$$

これを ① に代入して整理すると

$$-x + 3y + 4 = 0 \quad (x - 3y - 4 = 0 \text{ でもよい})$$

練習 17

(1) 直線 $y = x$ を ℓ とし, ℓ に関して点 $A(3, 1)$ と対称な点を $B(p, q)$ とする。

直線 ℓ の傾きは 1 であり, 直線 AB は ℓ に垂直であるから

$$1 \cdot \frac{q-1}{p-3} = -1$$

$$\text{ゆえに} \quad p + q - 4 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

また, 線分 AB の中点 $\left(\frac{p+3}{2}, \frac{q+1}{2}\right)$ は直線 ℓ 上にあるから

$$\frac{q+1}{2} = \frac{p+3}{2}$$

$$\text{ゆえに} \quad p - q + 2 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

方程式 ①, ② を連立させて解くと

$$p = 1, q = 3$$

したがって, 点 B の座標は $(1, 3)$

(2) 直線 $4x - 6y + 7 = 0$ を ℓ とし, ℓ に関して点 $A(3, 1)$ と対称な点を $B(p, q)$ とする。

直線 ℓ の傾きは $\frac{2}{3}$ であり, 直線 AB は ℓ に垂直であるから

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{q-1}{p-3} = -1$$

$$\text{すなわち} \quad 3p + 2q - 11 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

また, 線分 AB の中点 $\left(\frac{p+3}{2}, \frac{q+1}{2}\right)$ は直線 ℓ 上にあるから

$$4 \cdot \frac{p+3}{2} - 6 \cdot \frac{q+1}{2} + 7 = 0$$

$$\text{ゆえに} \quad 2p - 3q + 10 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

方程式 ①, ② を連立させて解くと

$$p = 1, q = 4$$

したがって, 点 B の座標は $(1, 4)$

練習 18

$$(1) \frac{|-5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$(2) \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot 1 + 3|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{5}{5} = 1$$

$$(3) \frac{|2 \cdot 2 + (-3) - 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

(4) $3x - y - 5 = 0$ と変形できるから

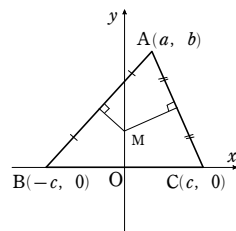
$$\frac{|3 \cdot (-1) - (-3) - 5|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

練習 19

直線 BC を x 軸に, 辺 BC

の垂直二等分線を y 軸にとり, $\triangle ABC$ の各頂点の座標を, それぞれ次のよう

におく。
 $A(a, b), B(-c, 0),$
 $C(c, 0)$



ただし, $b \neq 0$ かつ $c \neq 0$ である。

$a = c$ または $a = -c$ のとき, $\triangle ABC$ は直角三角形となり, 3 辺の垂直二等分線は斜辺の中点で交わる。

$a \neq c$ かつ $a \neq -c$ のとき, 直線 AB の傾きは $\frac{b}{a+c}$

であるから, 辺 AB の垂直二等分線は, 点

$\left(\frac{a-c}{2}, \frac{b}{2}\right)$ を通り, 傾きが $-\frac{a+c}{b}$ の直線で, その

$$\text{方程式は} \quad y - \frac{b}{2} = -\frac{a+c}{b} \left(x - \frac{a-c}{2}\right) \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

辺 AC の垂直二等分線の方程式は, ① で c の代わりに $-c$ とおいて

$$y - \frac{b}{2} = -\frac{a-c}{b} \left(x - \frac{a+c}{2}\right) \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ② の y 切片は, ともに $\frac{b}{2} + \frac{(a+c)(a-c)}{2b}$ となり一致する。

①, ② の交点 $\left(0, \frac{b}{2} + \frac{(a+c)(a-c)}{2b}\right)$ は辺 BC の垂直二等分線 (y 軸) 上にあるから, 3 つの垂直二等分線は 1 点で交わる。

問題 (p.85)

問題 1

点 P が x 軸上にあるから, その座標は $(x, 0)$ とおける。

$$AP^2 = (x+1)^2 + (0-2)^2 = x^2 + 2x + 5$$

$$BP^2 = (x-3)^2 + (0-8)^2 = x^2 - 6x + 73$$

$AP = BP$ から $AP^2 = BP^2$

$$\text{よって} \quad x^2 + 2x + 5 = x^2 - 6x + 73$$

$$\text{これを解いて} \quad x = \frac{17}{2} \quad \text{ゆえに} \quad \left(\frac{17}{2}, 0\right)$$

問題2

頂点Cの座標を (x, y) とすると、点Gが $\triangle ABC$ の重心であるから

$$\frac{-3+4+x}{3}=3, \quad \frac{3-2+y}{3}=1$$

よって $x=8, y=2$ ゆえに $(8, 2)$

問題3

(1) 中点Mの座標を

(x, y) とおくと

$$x=\frac{-3+4}{2}=\frac{1}{2},$$

$$y=\frac{2+3}{2}=\frac{5}{2}$$

よって、中点Mの座

標は $(\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$

(2) 頂点Dの座標を (x, y) とすると、対角線BDの中点の座標は

$$(\frac{x+2}{2}, \frac{y-2}{2})$$

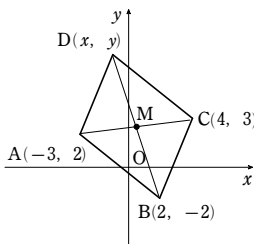
(1)より、対角線ACの中点Mの座標は

$$(\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$$

平行四辺形ABCDの対角線BD, ACの中点は一致するから

$$\frac{x+2}{2}=\frac{1}{2}, \quad \frac{y-2}{2}=\frac{5}{2}$$

ゆえに $x=-1, y=7$ 図 $(-1, 7)$



問題4

2直線 $x+2y-3=0, 4x-3y+10=0$ の交点の座標は $(-1, 2)$

また、直線 $3x-2y=0$ の傾きは $\frac{3}{2}$ である。

(1) 直線 $3x-2y=0$ に平行な直線の傾きは $\frac{3}{2}$ であるから

$$y-2=\frac{3}{2}(x+1) \quad \text{すなわち} \quad 3x-2y+7=0$$

(2) 直線 $3x-2y=0$ に垂直な直線の傾きは $-\frac{2}{3}$ であるから

$$y-2=-\frac{2}{3}(x+1) \quad \text{すなわち} \quad 2x+3y-4=0$$

別解 2直線 $x+2y-3=0, 4x-3y+10=0$ の交点の座標は $(-1, 2)$

(1) 点 $(-1, 2)$ を通り、直線 $3x-2y=0$ に平行な直線の方程式は

$$3\{x-(-1)\}-2\{y-2\}=0$$

よって $3x-2y+7=0$

(2) 点 $(-1, 2)$ を通り、直線 $3x-2y=0$ に垂直な直線の方程式は

$$-2\{x-(-1)\}-3\{y-2\}=0$$

$$\text{よって} \quad -2x-3y+4=0$$

$$\text{すなわち} \quad 2x+3y-4=0$$

問題5

2点 $(0, 8), (4, 0)$ を通る直線の方程式は

$$\frac{x}{4}+\frac{y}{8}=1 \quad \text{すなわち} \quad 2x+y-8=0$$

点 (t, t^2) がこの直線上にあるから

$$t^2+2t-8=0$$

よって $(t-2)(t+4)=0$

ゆえに $t=2, -4$

別解 2点 $(0, 8), (4, 0)$ を通る直線の傾きは

$$\frac{0-8}{4-0}=-2$$

$t \neq 0$ のとき、2点 $(0, 8), (t, t^2)$ を通る直線の傾きは

$$\text{は} \quad \frac{t^2-8}{t-0}=\frac{t^2-8}{t}$$

3点 $(0, 8), (4, 0), (t, t^2)$ が一直線上にあるための条件は、 $t \neq 0$ で、

$$\frac{t^2-8}{t}=-2$$

となることである。両辺に t を掛けて

$$t^2-8=-2t$$

$$\text{すなわち} \quad t^2+2t-8=0$$

これを解いて $t=2, -4$ これらは $t \neq 0$ を満たす。

問題6

(1) $ax+by+c=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$

$a'x+b'y+c'=0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$ とする。

$b \neq 0, b' \neq 0$ であるから、直線 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ の傾きは、そ

れぞれ $-\frac{a}{b}, -\frac{a'}{b'}$

2直線 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ が平行であるための必要十分条件は、それらの傾きが等しいことであるから

$$-\frac{a}{b}=-\frac{a'}{b'}$$

よって $ab'-ba'=0$

また、2直線 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ が垂直であるための必要十分条件は、それらの傾きの積が -1 で

あることから

$$\left(-\frac{a}{b}\right)\left(-\frac{a'}{b'}\right)=-1$$

よって $aa'+bb'=0$

(2) (1)から、2直線が平行となるための必要十分条件は

$$a \cdot (-2) - 1 \cdot (a+1) = 0 \quad \text{すなわち} \quad -3a - 1 = 0$$

よって $a = -\frac{1}{3}$

2直線が垂直となるための必要十分条件は

$$a(a+1) + 1 \cdot (-2) = 0$$

整理して $a^2 + a - 2 = 0$

よって $(a-1)(a+2) = 0$

ゆえに $a = 1, -2$

問題 7

$$(1) \ y+5 = \frac{-1+5}{5+3}(x+3)$$

から

$$x-2y-7=0$$

(2) BC

$$= \sqrt{(5+3)^2 + (-1+5)^2}$$

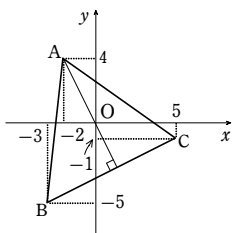
$$= \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

(3) 点 A と直線 BC の距離
を d とすると

$$d = \frac{|-2-2 \cdot 4-7|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}} = \frac{17}{\sqrt{5}} = \frac{17\sqrt{5}}{5}$$

(4) $\triangle ABC$ の面積を S とすると

$$S = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot d = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{5} \cdot \frac{17}{\sqrt{5}} = 34$$



問・練習 (第2節)

練習 2 0

$$(1) \ x^2+y^2=3^2 \quad \text{すなわち} \quad x^2+y^2=9$$

$$(2) \ (x+2)^2+(y-3)^2=(\sqrt{5})^2$$

$$\text{すなわち} \quad (x+2)^2+(y-3)^2=5$$

練習 2 1

中心は点 $(-3, 2)$, 半径は $\sqrt{3}$

練習 2 2

(1) 半径を r とすると, r は中心 $(-1, 2)$ と点 $(2, 3)$ の距離であるから

$$r^2 = (2+1)^2 + (3-2)^2 = 10$$

よって, 求める円の方程式は

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 10$$

(2) 中心は 2 点 $(2, 2)$, $(0, -6)$ を結ぶ線分の中点であり, その座標は

$$\left(\frac{2+0}{2}, \frac{2-6}{2}\right) \quad \text{すなわち} \quad (1, -2)$$

半径を r とすると, r は中心 $(1, -2)$ と点 $(2, 2)$ の距離であるから

$$r^2 = (2-1)^2 + (2+2)^2 = 17$$

よって, 求める円の方程式は

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 17$$

練習 2 3

(1) 方程式 $x^2+y^2-2x+4y-11=0$ を変形すると

$$(x^2-2x+1^2) + (y^2+4y+2^2) = 11+1^2+2^2$$

$$\text{すなわち} \quad (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4^2$$

これは, 点 $(1, -2)$ を中心とし, 半径が 4 の円を表す。

(2) 方程式 $x^2+y^2+6x-8y+16=0$ を変形すると

$$(x^2+6x+3^2) + (y^2-8y+4^2) = -16+3^2+4^2$$

$$\text{すなわち} \quad (x+3)^2 + (y-4)^2 = 3^2$$

これは, 点 $(-3, 4)$ を中心とし, 半径が 3 の円を表す。

す。

問 3

(1) 方程式 $x^2+y^2+2x-4y+5=0$ を変形すると

$$(x^2+2x+1^2) + (y^2-4y+2^2) = -5+1^2+2^2$$

$$\text{すなわち} \quad (x+1)^2 + (y-2)^2 = 0$$

この方程式を満たす実数 x, y は $x=-1, y=2$ だけである。

よって, この方程式は点 $(-1, 2)$ を表す。

(2) 方程式 $x^2+y^2+2x-4y+6=0$ を変形すると

$$(x^2+2x+1^2) + (y^2-4y+2^2) = -6+1^2+2^2$$

$$\text{すなわち} \quad (x+1)^2 + (y-2)^2 = -1$$

この方程式を満たす実数 x, y は存在しない。

よって, この方程式が表す図形はない。

練習 2 4

(1) 方程式 $x^2+y^2-6x+4y+13=0$ を変形すると

$$(x^2-6x+3^2) + (y^2+4y+2^2) = -13+3^2+2^2$$

$$\text{すなわち} \quad (x-3)^2 + (y+2)^2 = 0$$

この方程式を満たす実数 x, y は $x=3, y=-2$ だけである。

よって, この方程式は点 $(3, -2)$ を表す。

(2) 方程式 $x^2+y^2+4x+8y+21=0$ を変形すると

$$(x^2+4x+2^2) + (y^2+8y+4^2) = -21+2^2+4^2$$

$$\text{すなわち} \quad (x+2)^2 + (y+4)^2 = -1$$

この方程式を満たす実数 x, y は存在しない。

よって, この方程式が表す図形はない。

練習 2 5

(1) 求める円の方程式を $x^2+y^2+lx+my+n=0$ とすると, この円が点 A $(-1, 0)$ を通るから

$$(-1)^2+0^2-l+0 \cdot m+n=0$$

点 B $(2, 1)$ を通るから

$$2^2+1^2+2l+m+n=0$$

点 C $(3, -2)$ を通るから

$$3^2+(-2)^2+3l-2m+n=0$$

この 3 つの式を整理すると

$$l-n=1, \quad 2l+m+n=-5, \quad 3l-2m+n=-13$$

これを解いて $l=-2, m=2, n=-3$

$$\text{よって} \quad x^2+y^2-2x+2y-3=0$$

(2) (1) で求めた円は, 3 点 A $(-1, 0)$, B $(2, 1)$, C $(3, -2)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の外接円である。

その方程式 $x^2+y^2-2x+2y-3=0$ は

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 = (\sqrt{5})^2$$

と変形されるから, 外心の座標は $(1, -1)$, 外接円の半径は $\sqrt{5}$ である。

練習 2 6

$$(1) \begin{cases} x^2+y^2=25 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ y=x+1 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

② を ① に代入して整理すると $x^2+x-12=0$

これを解いて $x=-4, 3$